

# Matemática I

## Cálculo Integral (Exemplos)

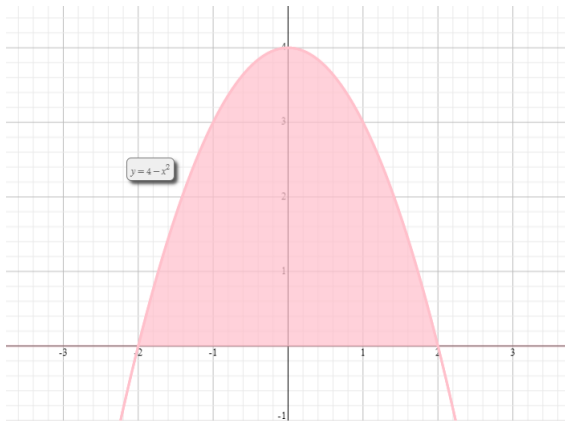
Engenharia de Telecomunicações e Informática

Teresa Araújo  
Departamento de Matemática

## Exemplo 1:

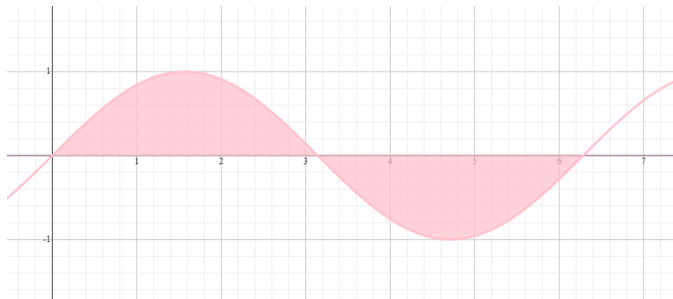
Expressão que permita determinar a área da região delimitada pela parábola  $y = 4 - x^2$  e o eixo OX.

$$A = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx$$

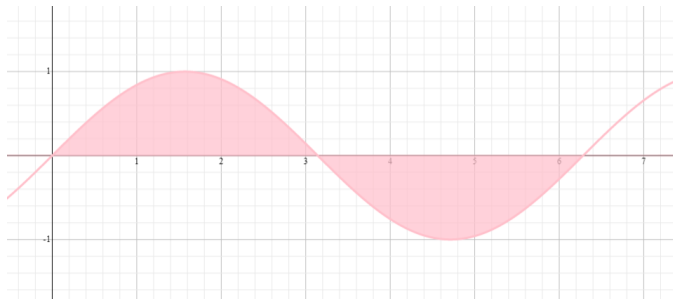


**Exemplo 2:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pela curva  $y = \sin(x)$  e o eixo OX entre 0 e  $2\pi$ .

**Exemplo 2:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pela curva  $y = \sin(x)$  e o eixo OX entre 0 e  $2\pi$ .

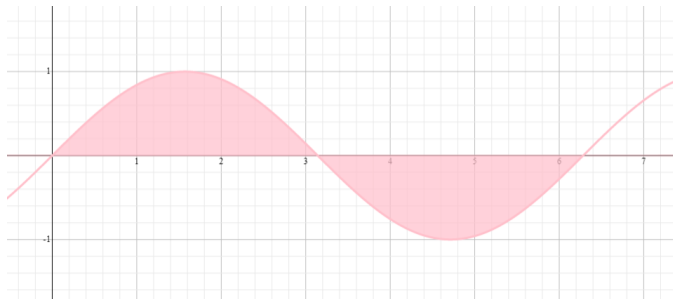


**Exemplo 2:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pela curva  $y = \text{sen}(x)$  e o eixo OX entre 0 e  $2\pi$ .



$$A = \int_0^{\pi} \text{sen}(x) dx$$

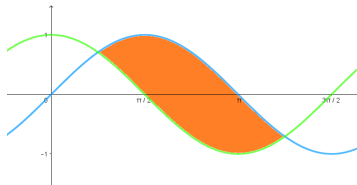
**Exemplo 2:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pela curva  $y = \sin(x)$  e o eixo OX entre 0 e  $2\pi$ .



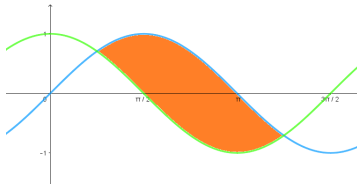
$$A = \int_0^{\pi} \sin(x) dx + \left( - \int_{\pi}^{2\pi} \sin(x) dx \right)$$

**Exemplo 3:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pelas curvas  $y = \sin(x)$  e  $y = \cos(x)$  entre  $\frac{\pi}{4}$  e  $\frac{5\pi}{4}$ .

**Exemplo 3:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pelas curvas  $y = \sin(x)$  e  $y = \cos(x)$  entre  $\frac{\pi}{4}$  e  $\frac{5\pi}{4}$ .



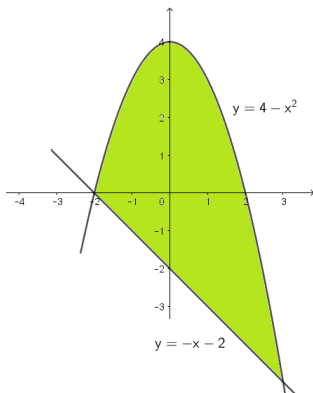
**Exemplo 3:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pelas curvas  $y = \sin(x)$  e  $y = \cos(x)$  entre  $\frac{\pi}{4}$  e  $\frac{5\pi}{4}$ .



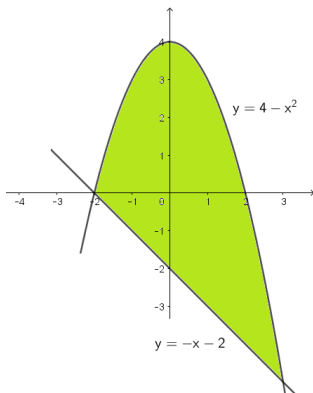
$$A = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} (\sin(x) - \cos(x)) dx$$

**Exemplo 4:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pelas curvas  $y = 4 - x^2$  e  $y = -x - 2$ .

**Exemplo 4:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pelas curvas  $y = 4 - x^2$  e  $y = -x - 2$ .

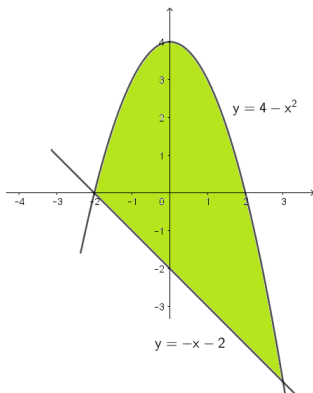


**Exemplo 4:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pelas curvas  $y = 4 - x^2$  e  $y = -x - 2$ .



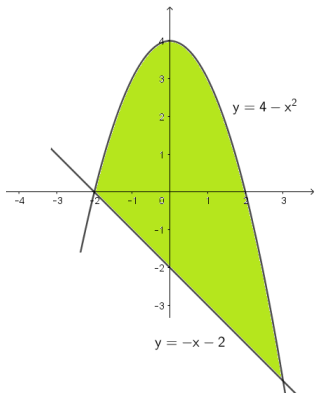
$$\begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = -x - 2 \end{cases}$$

**Exemplo 4:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pelas curvas  $y = 4 - x^2$  e  $y = -x - 2$ .



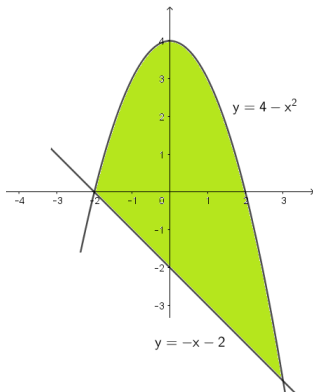
$$\begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = -x - 2 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 4 - x^2 = -x - 2 \end{cases}$$

**Exemplo 4:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pelas curvas  $y = 4 - x^2$  e  $y = -x - 2$ .



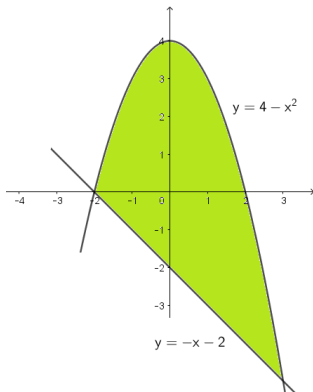
$$\begin{aligned} & \begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = -x - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ 4 - x^2 = -x - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ -x^2 + x + 6 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

**Exemplo 4:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pelas curvas  $y = 4 - x^2$  e  $y = -x - 2$ .



$$\begin{aligned} & \begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = -x - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ 4 - x^2 = -x - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ -x^2 + x + 6 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ x = -2 \vee x = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

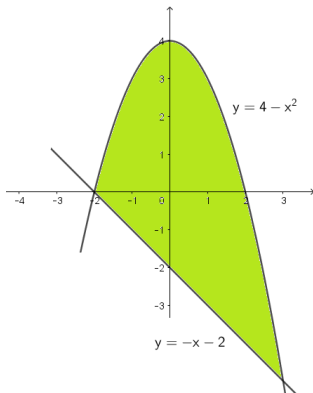
**Exemplo 4:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pelas curvas  $y = 4 - x^2$  e  $y = -x - 2$ .



$$A = \int_{-2}^3 (4 - x^2 - (-x - 2)) dx$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = -x - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ 4 - x^2 = -x - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ -x^2 + x + 6 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ x = -2 \vee x = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

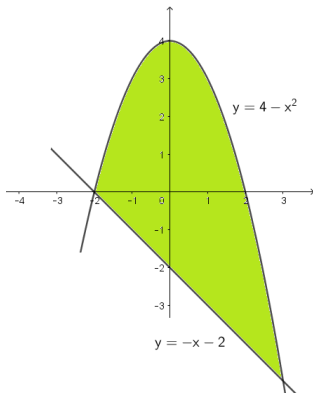
**Exemplo 4:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pelas curvas  $y = 4 - x^2$  e  $y = -x - 2$ .



$$A = \int_{-2}^3 (4 - x^2 -$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = -x - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ 4 - x^2 = -x - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ -x^2 + x + 6 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ x = -2 \vee x = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

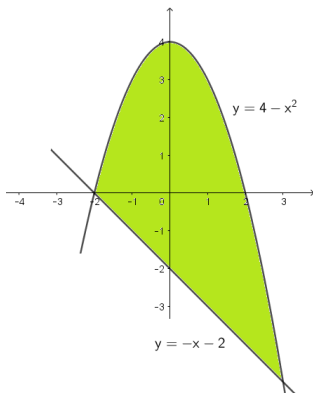
**Exemplo 4:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pelas curvas  $y = 4 - x^2$  e  $y = -x - 2$ .



$$\begin{aligned} & \begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = -x - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ 4 - x^2 = -x - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ -x^2 + x + 6 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ x = -2 \vee x = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$A = \int_{-2}^3 (4 - x^2 - (-x - 2)) dx$$

**Exemplo 4:** Expressão que permita determinar a área da região delimitada pelas curvas  $y = 4 - x^2$  e  $y = -x - 2$ .



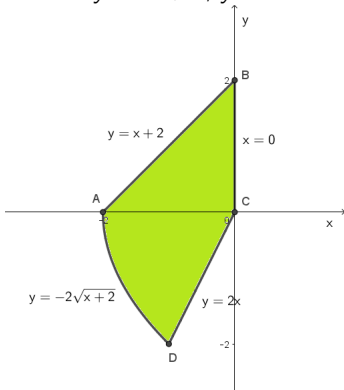
$$\begin{aligned} & \begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = -x - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ 4 - x^2 = -x - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ -x^2 + x + 6 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} - \\ x = -2 \vee x = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$A = \int_{-2}^3 (4 - x^2 - (-x - 2)) dx = \int_{-2}^3 (-x^2 + x + 6) dx$$

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .

# Cálculo de Áreas Planas

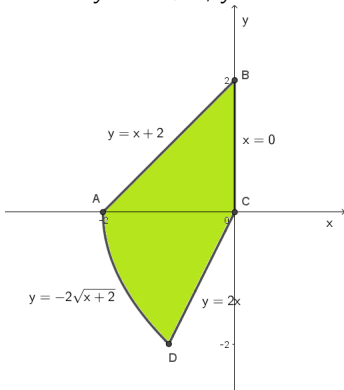
**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .



# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .

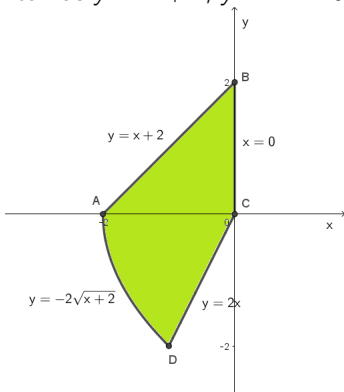
$$\text{ponto A} \quad x = -2 \quad \left\{ \begin{array}{l} y = -2 + 2 = 0 \end{array} \right.$$



# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .

$$\text{ponto A} \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2 + 2} = 0 \end{cases}$$

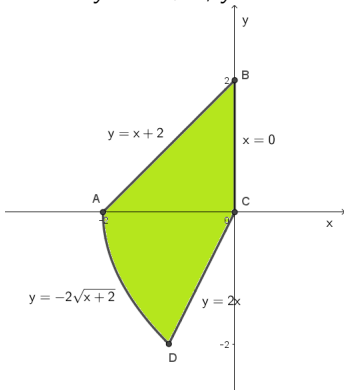


# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .

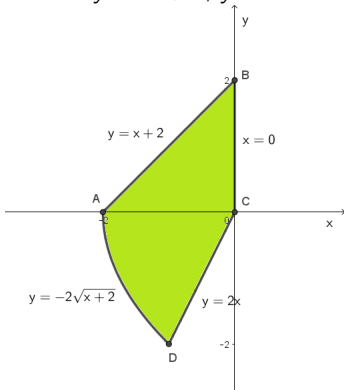
$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2 + 2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$



# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .



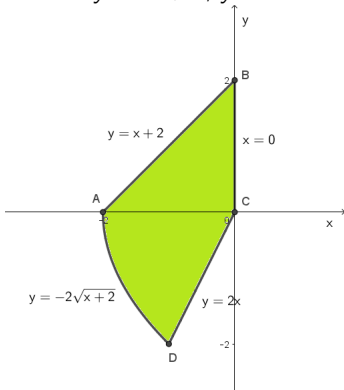
$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2 + 2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$

$$\text{ponto } D \quad \begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x + 2} \end{cases}$$

# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .



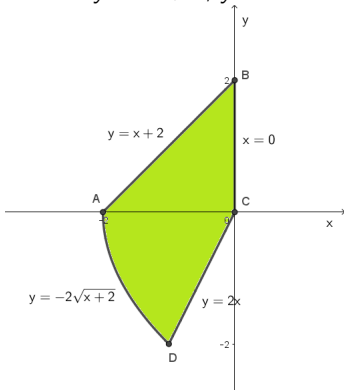
$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2 + 2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$

$$\text{ponto } D \quad \begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x + 2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \end{cases}$$

# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .



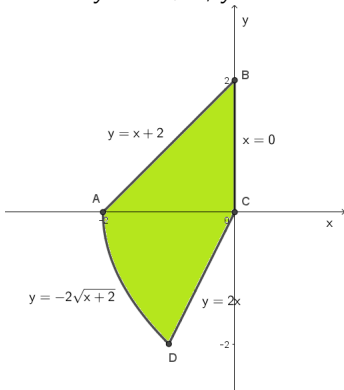
$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2 + 2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$

$$\text{ponto } D \quad \begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x + 2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -2\sqrt{x + 2} \end{cases}$$

# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .



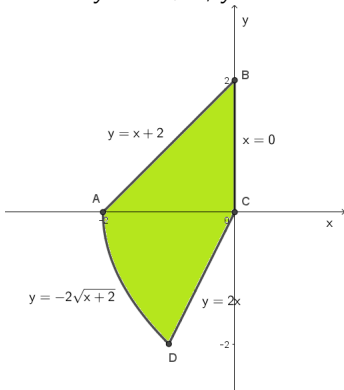
$$\text{ponto A} \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2 + 2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{pontos B e C} \quad x = 0$$

$$\begin{aligned} \text{ponto D} \quad & \begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x + 2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -2\sqrt{x + 2} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ (2x)^2 = (-2\sqrt{x + 2})^2 \end{cases} \end{aligned}$$

# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .



$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2 + 2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$

ponto  $D$

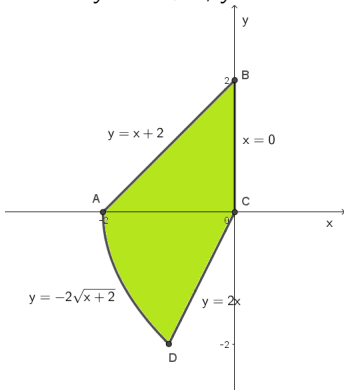
$$\begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x + 2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -2\sqrt{x + 2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ (2x)^2 = (-2\sqrt{x + 2})^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 4x^2 = 4(x + 2) \end{cases}$$

# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .



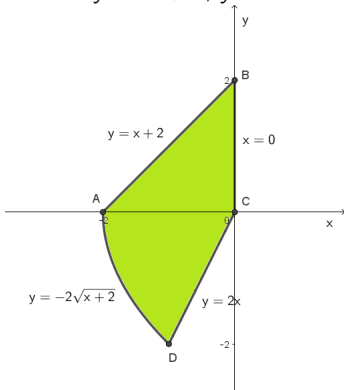
$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2 + 2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$

$$\begin{aligned} \text{ponto } D \quad & \begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x + 2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -2\sqrt{x + 2} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ (2x)^2 = (-2\sqrt{x + 2})^2 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 4x^2 = 4(x + 2) \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .



$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2+2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$

ponto  $D$

$$\begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -2\sqrt{x+2} \end{cases}$$

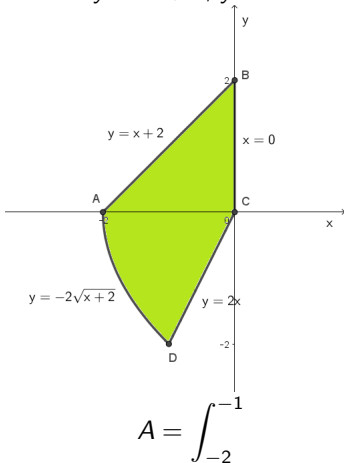
$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ (2x)^2 = (-2\sqrt{x+2})^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 4x^2 = 4(x+2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x = -1 \vee x = 2 \end{cases}$$

# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .



$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2+2} = 0 \end{cases}$$

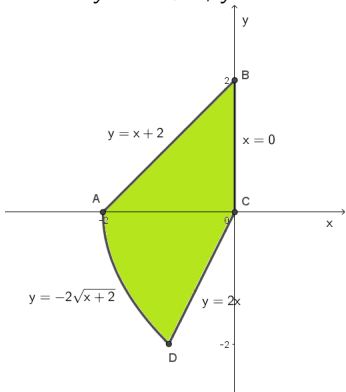
$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$

ponto  $D$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -2\sqrt{x+2} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ (2x)^2 = (-2\sqrt{x+2})^2 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 4x^2 = 4(x+2) \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x = -1 \vee x = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .



$$A = \int_{-2}^{-1} (x + 2 -$$

$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2 + 2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$

ponto  $D$

$$\begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x + 2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -2\sqrt{x + 2} \end{cases}$$

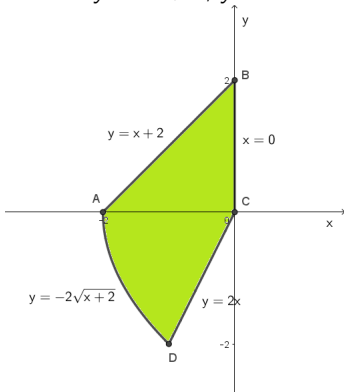
$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ (2x)^2 = (-2\sqrt{x + 2})^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 4x^2 = 4(x + 2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x = -1 \vee x = 2 \end{cases}$$

# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .



$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2 + 2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$

ponto  $D$

$$\begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x + 2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -2\sqrt{x + 2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ (2x)^2 = (-2\sqrt{x + 2})^2 \end{cases}$$

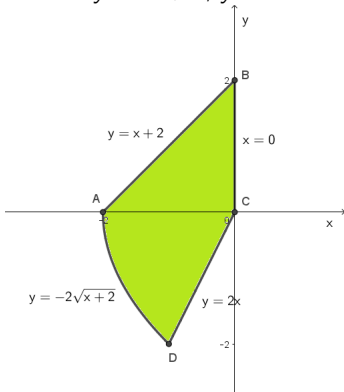
$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 4x^2 = 4(x + 2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x = -1 \vee x = 2 \end{cases}$$

$$A = \int_{-2}^{-1} (x + 2 - (-2\sqrt{x + 2})) dx$$

# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .



$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2 + 2} = 0 \end{cases}$$

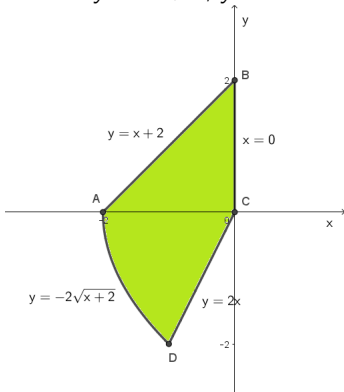
$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$

$$\begin{aligned} \text{ponto } D \quad & \begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x + 2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -2\sqrt{x + 2} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ (2x)^2 = (-2\sqrt{x + 2})^2 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 4x^2 = 4(x + 2) \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x = -1 \vee x = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$A = \int_{-2}^{-1} (x + 2 - (-2\sqrt{x + 2})) dx + \int_{-1}^0 (x + 2$$

# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x+2}$ .



$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2+2} = 0 \end{cases}$$

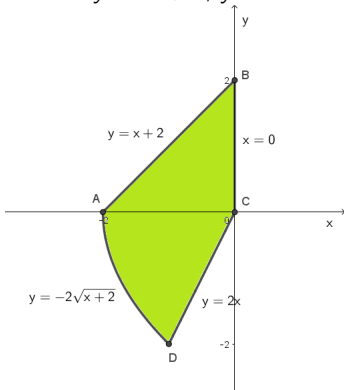
$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$

$$\begin{aligned} \text{ponto } D & \begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -2\sqrt{x+2} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ (2x)^2 = (-2\sqrt{x+2})^2 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 4x^2 = 4(x+2) \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x = -1 \vee x = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$A = \int_{-2}^{-1} (x + 2 - (-2\sqrt{x+2})) dx + \int_{-1}^0 (x + 2 - (2x)) dx$$

# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x+2}$ .



$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2+2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$

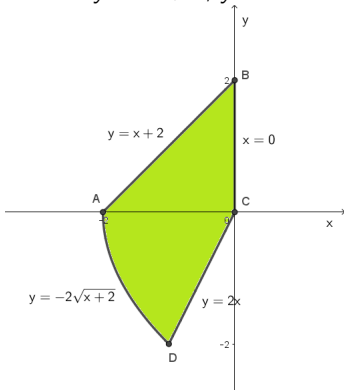
$$\begin{aligned} \text{ponto } D \quad & \begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -2\sqrt{x+2} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ (2x)^2 = (-2\sqrt{x+2})^2 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 4x^2 = 4(x+2) \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x = -1 \vee x = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$A = \int_{-2}^{-1} (x + 2 - (-2\sqrt{x+2})) dx + \int_{-1}^0 (x + 2 - (2x)) dx$$

$$A = \int_{-2}^{-1} (x + 2 + 2\sqrt{x+2}) dx$$

# Cálculo de Áreas Planas

**Exemplo 5:** Expressão que permite calcular a área da região delimitada pelas curvas  $y = x + 2$ ,  $y - 2x = 0$  com  $y \leq 0$ ,  $x = 0$  e  $y = -2\sqrt{x + 2}$ .



$$\text{ponto } A \quad x = -2 \quad \begin{cases} y = -2 + 2 = 0 \\ y = -2\sqrt{-2 + 2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{pontos } B \text{ e } C \quad x = 0$$

$$\begin{aligned} \text{ponto } D \quad & \begin{cases} y - 2x = 0 \\ y = -2\sqrt{x + 2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -2\sqrt{x + 2} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ (2x)^2 = (-2\sqrt{x + 2})^2 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 4x^2 = 4(x + 2) \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ x = -1 \vee x = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$A = \int_{-2}^{-1} (x + 2 - (-2\sqrt{x + 2})) dx + \int_{-1}^0 (x + 2 - (2x)) dx$$

$$A = \int_{-2}^{-1} (x + 2 + 2\sqrt{x + 2}) dx + \int_{-1}^0 (-x + 2) dx$$